MODELAGEM, CONTROLE E DISCRETIZAÇÃO PARA SISTEMAS DISTRIBUÍDOS

Diego Prudêncio Soares (bolsista do PIBIC/CNPq), Alexandro Marinho Oliveira (Orientador, Depto de Matemática-UFPI)

INTRODUÇÃO

O projeto foi dividido em duas partes, a primeira delas referente à equações diferenciais, onde damos ênfase ao estudo de equações lineares de primeira e segunda ordem, que na realidade é suporte para a segunda parte, esta por sua vez, voltada para a modelagem matemática a qual dá-se ênfase ao estudo de movimento de partículas, ondas em uma dimensão, fenômenos de difusão, ondas de água e infecções virtuais.

METODOLOGIA

A metodologia adotada foi a leitura e discussão de literaturas relacionadas aos conteúdos em questão e apresentação dos mesmos na forma de seminários acompanhados por colegas do grupo e professor orientador, proporcionando assim uma melhor interação entre os mesmos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como parte introdutória à equações diferenciais, foi abordado temas como conceito, classificação (tipo, ordem, linearidade) e solução de uma equação diferencial, para só então, trabalharmos com os métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias (EDO). Para ser mais exato foram abordados os métodos de resolução de equações separáveis, lineares de primeira ordem e, após uma rápida abordagem sobre dependência e independência linear, solução de equações lineares homogêneas de segunda ordem.

Com relação à modelagem matemática, a discussão se inicia com os tipos de modelos que podem ser empíricos ou teóricos, onde denotamos as características de cada um. A discussão decorre com a obtenção de modelos que descrevem o movimento de partículas, onde inicialmente, trabalhamos com o problema de dois corpos que interagem gravitacionalmente, e em seguida com o movimento vertical de um corpo em relação à Terra.

Ainda com relação ao movimento de partículas, passamos a descrever movimentos oscilatórios, encontrando a equação que descreve o movimento de um corpo de massa m preso a uma mola de constante elástica k, sujeito à força gravitacional e elástica, e posteriormente, sujeito também a força de influência do ar. Por fim analisamos o movimento pendular, onde obtemos a equação do pêndulo:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(t)+\frac{g}{L}\theta(t)=0$$

e observamos suas características e solução sujeita a certas condições iniciais.

A partir daí deixamos um pouco de lado as EDO's e passamos a trabalhar com modelos envolvendo equações diferenciais parciais (EDP), começando com ondas em uma dimensão, onde ao trabalharmos com oscilações longitudinais em uma barra elástica, obtemos a famosa equação da onda:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t,x)=\alpha^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t,x)$$

Em seguida começamos a analisar os fenômenos de difusão, onde, por motivos meramente clássicos, adotamos como exemplo o princípio da conservação da massa para deduzir a equação da continuidade (expressão matemática de natureza física, que reflete princípios de conservação):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(t,x)+\frac{\partial J}{\partial t}(t,x)=F(t,x)$$

No âmbito das aplicações a equação da continuidade é útil para modelar fenômenos de difusão e, tomando-a como ponto de partida e adotando algumas considerações, obtemos uma expressão que descreve a condução de calor num dado sistema (equação do calor):

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t,x)=\alpha^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t,x)$$

Para modelar ondas de água, começamos com a dedução das equações de Stokes:

$$\begin{cases} div\vec{u}=0 \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}+\frac{1}{\rho_0}\nabla p=\vec{g} \end{cases}$$

que darão ênfase para a modelagem de ondas na superfície livre de um lago, satisfazendo determinadas condições. Estudamos também a equação de Bernoulli, obtida quando se considera que o fluido seja irrotacional, e que são utilizadas na análise da dispersão em águas profundas.

Para mostrar que a modelagem matemática não está relacionada apenas à fenômenos físicos, encerramos o trabalho modelando infecções virtuais, entendendo como se dá a dinâmica da propagação de um vírus virtual.

CONCLUSÃO

Na verdade, tentamos procurar refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicá-la e agir sobre ela. Utilizamos a modelagem para tentar descrever certos fenômenos (em sua maioria físicos), encontrando equações (modelos) que descrevam tais fenômenos. Dessa forma podemos prever certos acontecimentos ou tirar certas informações intrínsecas ao fenômeno em questão.

APOIO

Gostaria de agradecer o apoio que foi proporcionado a mim para a realização desse projeto. Agradeço aos meus colegas de trabalho, aos meus professores, em especial ao professor orientador, e ao CNPq pelo incentivo a pesquisa nessa vasta área que é a matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BOYCE, E. William, DIPRIMA, C. Richard. *Equações Diferenciais Elementares e problemas de Valores de Contorno,* Rio de Janeiro: 8º edição; Ed. LTC

[2] LEITHOLD, Louis. *O Cálculo com Geometria Analítica,* vol. 1. São Paulo. 3º edição: Ed. Harbra Ltda, 1994.

[3] LEITHOLD, Louis. *O Cálculo com Geometria Analítica,* vol. 2. São Paulo. 3º edição: Ed. Harbra Ltda, 1994.

[4] ZILL, Dennis Z. *Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem*, São Paulo: Ed.Thomson, 2003.

[5] BASSANEZI, Rodney Carlos, JR, Wilson Castro Ferreira. *Equações Diferenciais com aplicações*, São Paulo: Ed. Harbra Ltda, 1998.

[6] BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino – Aprendizagem com Modelagem Matemática,* São Paulo: Ed. Contexto, 2002.

[7] GONDAR, J. López, CIPOLATTI, R. *Iniciação a Modelagem Matemática,* Rio de Janeiro: IMPA, 2005.

[8] HALLIDAY, David, RESNICK, Robert, WALKER, Jearl. *Fundamentos de física,* vol. 1. Rio de Janeiro. 8° edição: Ed. LTC, 2006.

[9] HALLIDAY, David, RESNICK, Robert, WALKER, Jearl. *Fundamentos de física,* vol. 2. Rio de Janeiro. 7° edição: Ed. LTC, 2006.